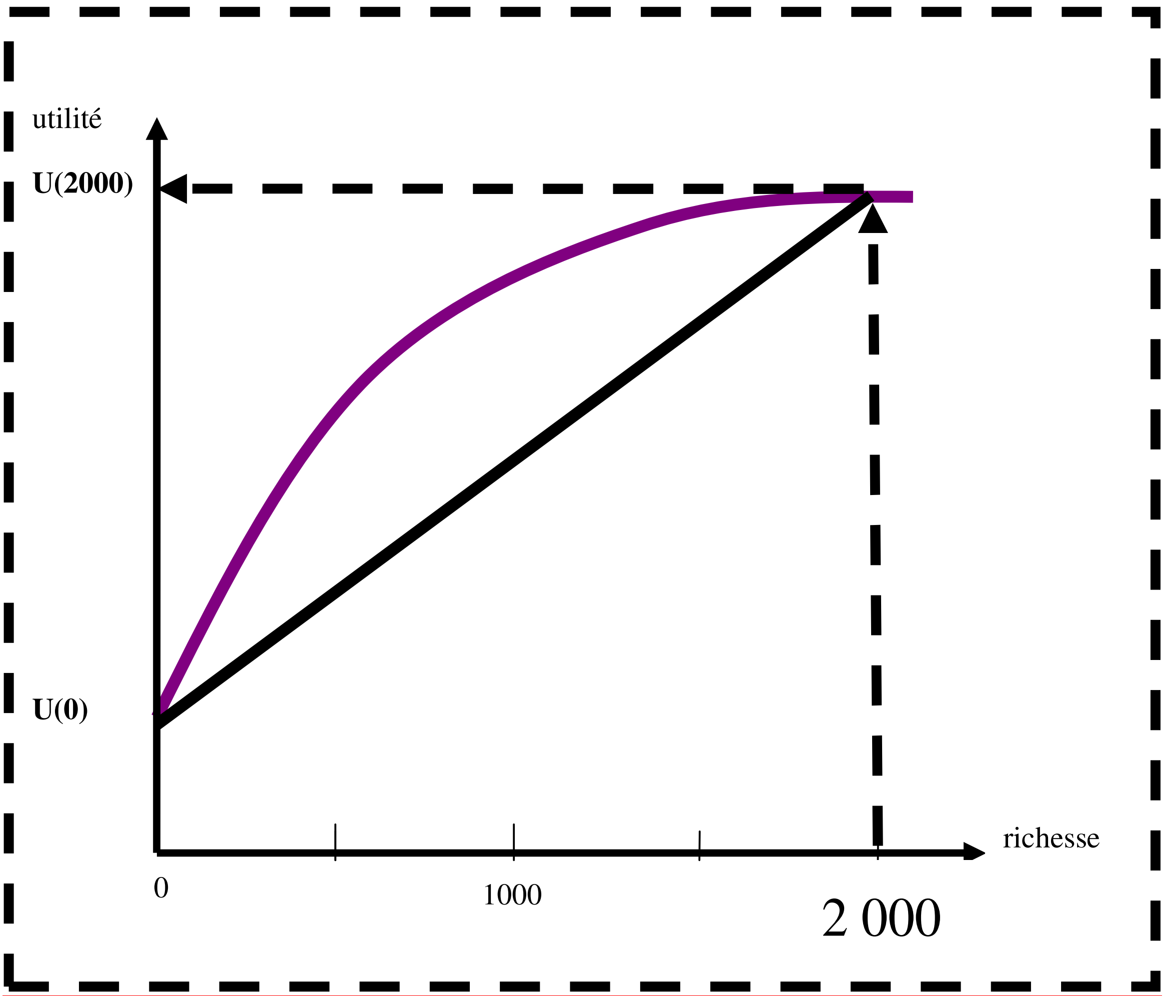
<u>Exercice lié au chapitre 1 :</u>

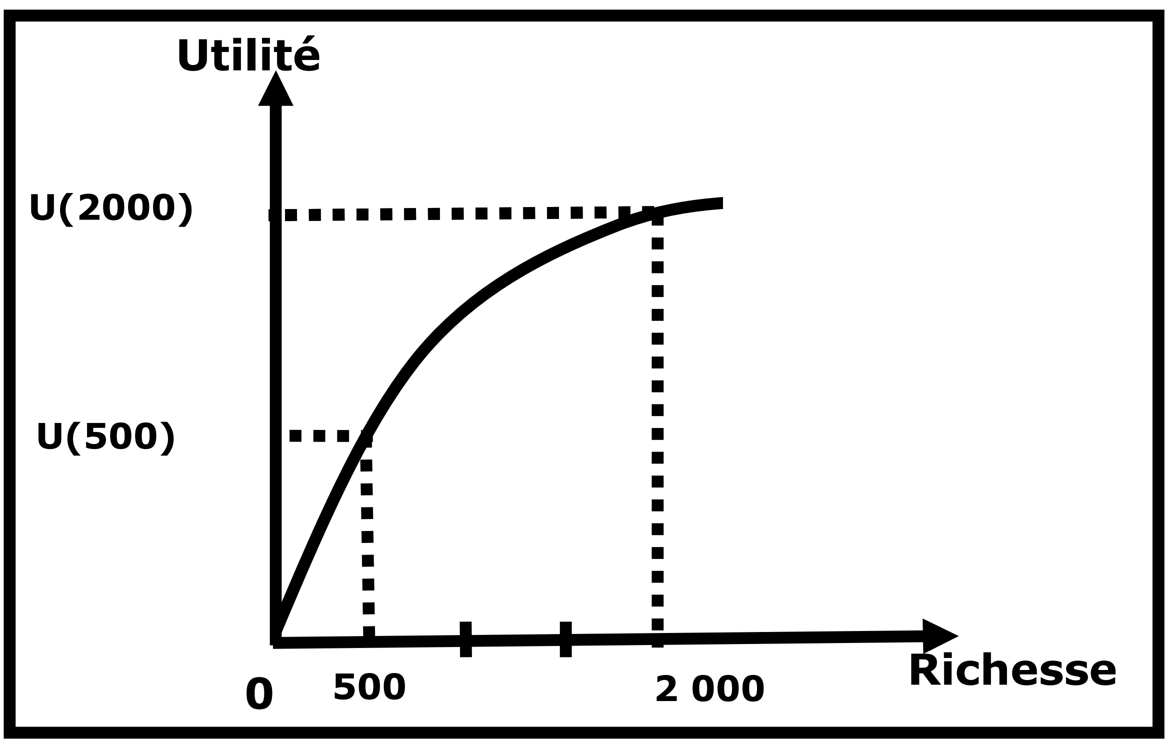
Un individu est soumis à la « loterie » suivante :
Perdre son bien de 2000 avec une probabilité 1/4 et ne rien perdre avec une probabilité 3/4
On propose à un individu un contrat d'assurance le couvrant complètement contre la perte de ce bien.
Quelle est la prime actuarielle pour ce contrat ?
On suppose que l'individu présente la fonction d'utilité ci-dessous
Déterminez graphiquement l'équivalent certain à la loterie pour l'individu. Déduisez-en la prime maximale qu'il est prêt à payer pour le contrat mentionné ci-dessus, ainsi que sa prime de risque.



Exercice 2

Expliquez la notion d'aversion au risque.

Vous compléterez votre explication par une illustration graphique. Vous pouvez utiliser à cette fin le schéma ci-dessous. (Attention, seul le graphique sera complété sur l'énoncé, les explications seront portées sur la copie).
Vous pouvez par exemple considérer et représenter la situation suivante :
La richesse initiale de l'individu est de 2000.
En cas de réalisation d'un évènement « e » donné, l'individu subit une perte de 1500, sa nouvelle richesse est alors de 500. En cas de non réalisation de cet évènement, la richesse de l'individu reste de 2000. La probabilité « p » de réalisation de l'évènement « e » est de 2/3. Un contrat d'assurance totale est proposé à cet individu, contre le versement d'une prime correspondant à la prime actuarielle. Mettez en évidence graphiquement l'aversion au risque de cet individu.



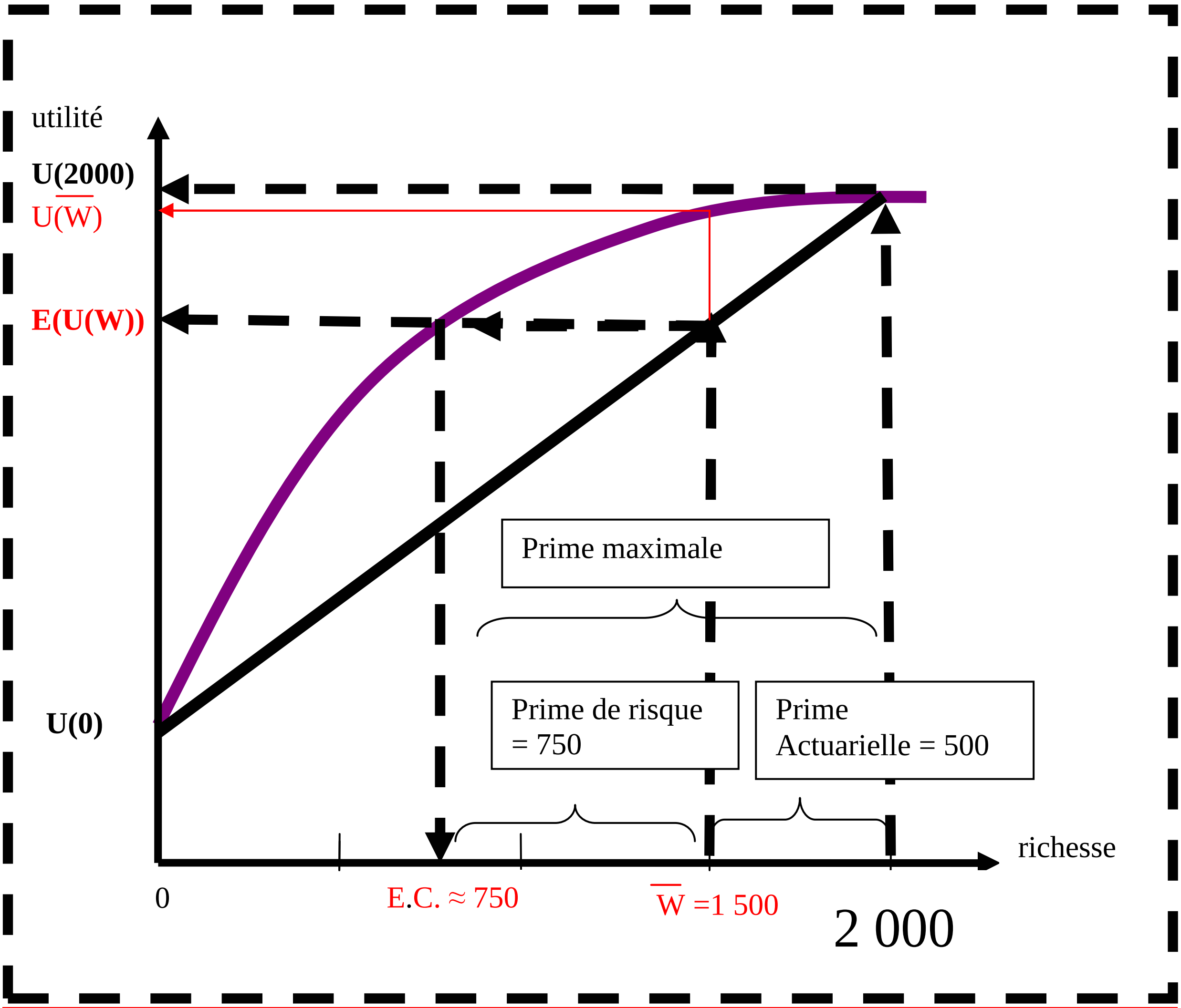
Correction des exercices liés au chapitre 1

Exercice 1 :

Un individu est soumis à la « loterie » suivante :
Perdre son bien de 2000 avec une probabilité 1/4 et ne rien perdre avec une probabilité 3/4
On propose à un individu un contrat d'assurance le couvrant complètement contre la perte de ce bien.
Quelle est la prime actuarielle pour ce contrat ?
On suppose que l'individu présente la fonction d'utilité ci-dessous
Déterminez graphiquement l'équivalent certain à la loterie pour l'individu. Déduisez-en la prime maximale qu'il est prêt à payer pour le contrat mentionné ci-dessus, ainsi que sa prime de risque.

Prime actuarielle = E(remboursement)= E(sinistre) =E(S) = ¼*2000+ ¾*0 = 500

E(W) = $\overline{W}$ =2000*3/4 +0*1/4 =1500 ou E(W) = $\overline{W}$ = W0 - E(S) = 2000 – 500 = 1500
Remarque : La détermination graphique lors de la correction en cours donnait peut-être une valeur de l'équivalent certain et donc de la prime de risque légèrement différentes de celles-ci-dessous. Peu importe. Seul le raisonnement comptait et non la précision de la détermination graphique.

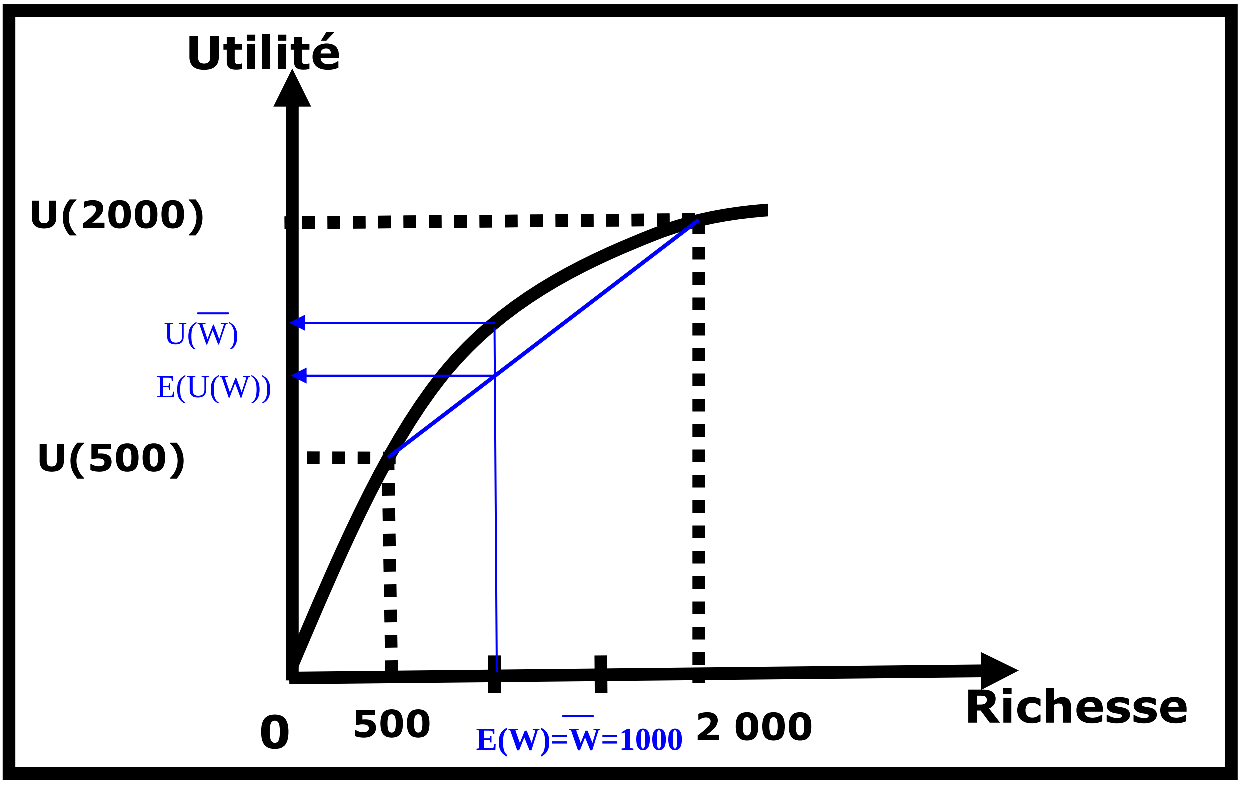


Prime maximale = prime actuarielle + prime de risque = 500+750 = 1250
Voir également diapositive animée

Exercice 2

<u>Expliquez la notion d'aversion au risque</u>.

Vous compléterez votre explication par une illustration graphique. Vous pouvez utiliser à cette fin le schéma ci-dessous. (Attention, seul le graphique sera complété sur l'énoncé, les explications seront portées sur la copie).
Vous pouvez par exemple considérer et représenter la situation suivante :
La richesse initiale de l'individu est de 2000.
En cas de réalisation d'un évènement « e » donné, l'individu subit une perte de 1500, sa nouvelle richesse est alors de 500. En cas de non réalisation de cet évènement, la richesse de l'individu reste de 2000. La probabilité « p » de réalisation de l'évènement « e » est de 2/3. Un contrat d'assurance totale est proposé à cet individu, contre le versement d'une prime correspondant à la prime actuarielle. Mettez en évidence graphiquement l'aversion au risque de cet individu.



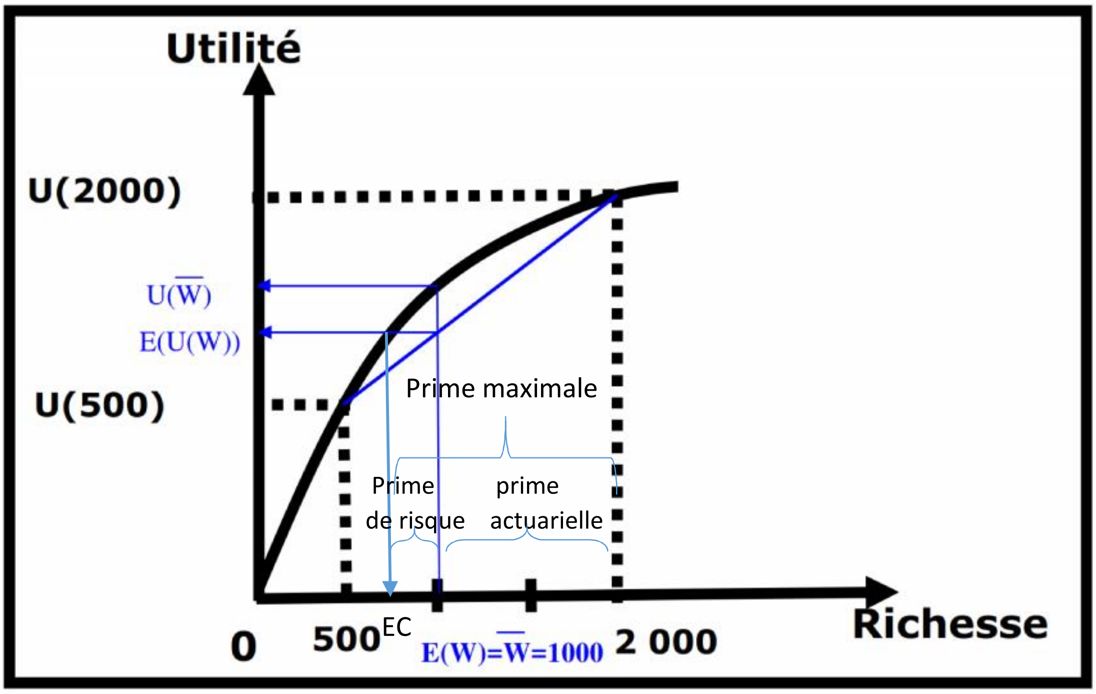
Une personne est dite averse au risque lorsqu'elle préfère une perte (ou une richesse) certaine X à une loterie non certaine caractérisée une espérance de perte (ou de richesse) de X.

Dans l'exemple proposé, quand il reste soumis au risque, l'individu dispose d'une espérance de perte (sinistre) de
E(S) = 2/3 * 1500 = 1000
Son espérance de richesse est donc $E(W) = \overline{W} = 2000-1000 = 1000$

Cette loterie qui lui donne 500 avec une probabilité 2/3 et 2000 avec une probabilité 1/3 lui apporte une espérance d'utilité : EU(W).

Quand l'individu est assuré, il paye une prime actuarielle égale à E(S) = 1000 et est remboursé intégralement en cas de sinistre.
Sa richesse finale est donc de façon certaine égale à E(W)= $\overline{W}$ = 1000.

Or, on le voit graphiquement l'utilité de recevoir $\overline{W}$ de façon certaine, (utilité égale à U(W)) est supérieure à l'espérance d'utilité associée à la situation risquée lui donnant en moyenne $\overline{W}$ (espérance d'utilité égale à E(U(W)), ce qui caractérise bien l'aversion au risque.



Utilité
U(2000)
U($\overline{W}$)
E(U(W))
U(500)
Prime maximale
Prime de risque
prime actuarielle
0
500
EC
E(W)=$\overline{W}$=1000
2 000
Richesse